

2.1

- a) Lyhin yöunen pituus on 1 tunti ja pisin 12 tuntia. Valitaan luokiksi esimerkiksi tasalevyiset luokat 1–3, 4–6, 7–9 ja 10–12.

Lasketaan, kuinka monta havaintoa kussakin luokassa on.

Yöunen pituus (h)	f
1–3	2
4–6	8
7–9	16
10–12	4
Yhteensä	30

- b) Ratkaistaan tehtävä GeoGebran taulukkolaskennalla.

Kirjoitetaan sarakkeeseen A luokat ja sarakkeisiin B ja C luokkien todelliset rajat. Lasketaan sarakkeeseen D luokkakeskukset. Kirjoitetaan sarakkeeseen E luokkien frekvenssit.

	A	B	C	D	E
1	Yöunen pituus (h)	Todellinen alaraja	Todellinen yläraja	Luokkakeskus	f
2	1-3	0.5	3.5	2	2
3	4-6	3.5	6.5	5	8
4	7-9	6.5	9.5	8	16
5	10-12	9.5	12.5	11	4
6				Yhteensä	30

Ajat on pyöristetty yhden tunnin tarkkuuteen. Tällöin esimerkiksi luokan 1–3 todellinen alaraja on 0,5 h ja todellinen yläraja 3,5 h. Luokkakeskus on luokan todellisten rajojen keskiarvo. Esimerkiksi luokan 1–3 luokkakeskus saadaan kaavalla $\text{”}=(B2+C2)/2\text{”}$. Kopioidaan kaavaa sarakkeessa D alaspäin.

Luokan 7–9 frekvenssi on suurin. Siis moodiluokka on 7–9 h.

Määritetään muut tilastolliset tunnusluvut sarakkeissa D ja E olevien luokkakeskusten ja frekvenssien perusteella.

n	30
Keskiarvo	7.2
σ	2.3152
s	2.3547
Σx	216
Σx^2	1716
Min	2
Q1	5
Mediaani	8
Q3	8
Max	11

Arvio yöunen pituuden keskiarvolle on 7,2 h ja keskihajonnalle 2,4 h.

Vastaus

a)

Yöunen pituus (h)	f
1–3	2
4–6	8
7–9	16
10–12	4
Yhteensä	30

b) moodiluokka 7–9 h, keskiarvo 7,2 h, keskihajonta 2,4 h

2.2

Pituus (cm)	f %
160–164	11
165–169	26
170–174	29
175–179	27
180–184	7
Yhteensä	100

Ratkaistaan tehtävä GeoGebran taulukkolaskennalla.

Kirjoitetaan sarakkeeseen A luokat ja sarakkeisiin B ja C luokkien todelliset rajat. Lasketaan sarakkeeseen D luokkakeskukset. Kirjoitetaan sarakkeeseen E luokkien suhteelliset frekvenssit.

	A	B	C	D	E
1	Pituus (cm)	Todellinen alaraja	Todellinen yläraja	Luokkakeskus	f%
2	160-164	159.5	164.5	162	11
3	165-169	164.5	169.5	167	26
4	170-174	169.5	174.5	172	29
5	175-179	174.5	179.5	177	27
6	180-184	179.5	184.5	182	7
7				Yhteensä	100

Pituudet on pyöristetty yhden senttimetrin tarkkuuteen. Tällöin esimerkiksi luokan 160–164 todellinen alaraja on 159,5 cm ja todellinen yläraja 164,5 cm. Luokkakeskus on luokan todellisten rajojen keskiarvo. Esimerkiksi luokan 160–164 luokkakeskus saadaan kaavalla $\text{”}=(B2+C2)/2\text{”}$. Kopioidaan kaavaa sarakkeessa D alaspäin.

Määritetään tilastolliset tunnusluvut sarakkeissa D ja E olevien luokkakeskusten ja suhteellisten frekvenssien perusteella.

n	100
Keskiarvo	171.65
σ	5.5792
s	5.6073
Σx	17165
Σx^2	2949485
Min	162
Q1	167
Mediaani	172
Q3	177
Max	182

- a) Luokan 170–174 suhteellinen frekvenssi on suurin. Siis moodiluokka on 170–174 cm.
- b) Arvio pituuden keskiarvolle on 172 cm.
- c) Arvio pituuden keskihajonnalle on 5,6 cm.

Vastaus

- a) 170–174 cm
- b) 172 cm
- c) 5,6 cm

2.3

Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

- a) Kirjoitetaan sarakkeeseen A muuttujan luokat ja sarakkeeseen B frekvenssit. Lasketaan soluun C2 luokan 1–3 suhteellinen frekvenssi, ja kopioidaan kaavaa sarakkeessa C alaspäin.

	A	B	C
1	Yöunen pituus (h)	f	f%
2	1-3	2	=B2/\$B\$6*100
3	4-6	8	
4	7-9	16	
5	10-12	4	
6	Yhteensä	30	

Ilmaistaan suhteelliset frekvenssit prosentin tarkkuudella. Lasketaan lopuksi suhteellisten frekvenssien summa soluun C6.

	A	B	C
1	Yöunen pituus (h)	f	f%
2	1-3	2	7
3	4-6	8	27
4	7-9	16	53
5	10-12	4	13
6	Yhteensä	30	100

- b) Piirretään histogrammi **Ohjattu kaavion luonti** -toimintoa käyttäen seuraavan ohjeistuksen mukaisesti:
- Maalaa solut A1-C5.
 - Valitse **Lisää**-valikosta **Kaavio**.
 - Vaiheessa **1. Kaaviotyyppi** valitse kaaviotyyppi **Pylväs**.
 - Vaiheessa **2. Tietoa** valitse **Arvosarjat sarakkeissa**, **Ensimmäinen rivi sisältää otsikoita** ja **Ensimmäinen sarake sisältää otsikoita**.
 - Vaiheessa **3. Arvosarja** poista arvosarja f.

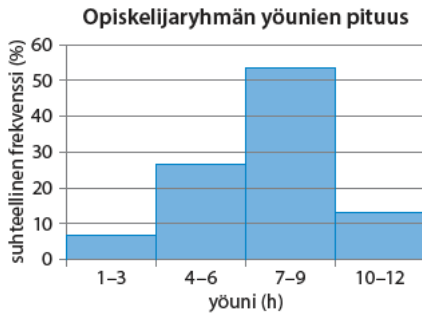
- Vaiheessa **4. Kaavioelementit** syötä kaavion otsikoksi ”Opiskelijaryhmän yöunien pituus”, X-akselin otsikoksi ”yöuni (h)” ja Y-akselin otsikoksi ”suhteellinen frekvenssi (%)”. Poista ruksi kohdasta **Näytä selite**.
- Valitse **Valmis**.

Ohjelma piirtää pylväskuvion, jota pitää vielä muokata.

- Aktivoi piirtoalue kaksoisnapauttamalla diagrammia.
- Napauta hiiren oikealla näppäimellä jotakin pylvästä ja valitse

Muotoile arvosarja.

- Muuta **Asetukset**-välilehdeltä **Objektivälin (Spacing)** (tai **Välin**) arvoksi 0 %.
- Valitse OK.



2.4

Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

Kirjoitetaan sarakkeeseen A muuttujan luokat ja sarakkeeseen B suhteelliset frekvenssit.

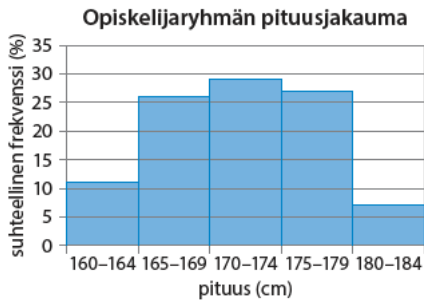
	A	B
1	Pituus (cm)	f%
2	160-164	11
3	165-169	26
4	170-174	29
5	175-179	27
6	180-184	7
7	Yhteensä	100

Piirretään histogrammi **Ohjattu kaavion luonti** -toimintoa käyttäen seuraavan ohjeistuksen mukaisesti:

- Maalaa solut A1-B6.
- Valitse **Lisää**-valikosta **Kaavio**.
- Vaiheessa **1. Kaaviotyyppi** valitse kaaviotyypiksi **Pylväs**.
- Vaiheessa **2. Tietoa** valitse **Arvosarjat sarakkeissa**, **Ensimmäinen rivi sisältää otsikoita** ja **Ensimmäinen sarake sisältää otsikoita**.
- Vaiheessa **3. Arvosarja** älä tee mitään.
- Vaiheessa **4. Kaavioelementit** syötä kaavion otsikoksi "Opiskelijaryhmän pituusjakauma", X-akselin otsikoksi "pituus (cm)" ja Y-akselin otsikoksi "suhteellinen frekvenssi (%)". Poista ruksi kohdasta **Näytä selite**.
- Valitse **Valmis**.

Ohjelma piirtää pylväskuvion, jota pitää vielä muokata.

- Aktivoi piirtoalue kaksoisnapauttamalla diagrammia.
- Napauta hiiren oikealla näppäimellä jotakin pylvästä ja valitse **Muotoile arvosarja**.
- Muuta **Asetukset**-välilehdeä **Objektivälin (Spacing)** (tai **Välin**) arvoksi 0 %.
- Valitse OK.



2.5

a) Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

Kirjoitetaan sarakkeiden otsikot ja jätetään otsikkorivin jälkeen yksi tyhjä rivi.

Kirjoitetaan sarakkeeseen A muuttujan luokat, sarakkeeseen B suhteelliset frekvenssit ja sarakkeisiin C ja D luokkien todelliset rajat.

Kirjoitetaan sarakkeeseen E riville 2 ensimmäisen luokan todellinen alaraja ja seuraavien solujen arvoiksi kunkin luokan todellinen yläraja.

Kirjoitetaan sarakkeeseen F riville 2 arvoksi 0 ja lasketaan seuraavien solujen arvoiksi suhteelliset summafrekvenssit.

	A	B	C	D	E	F
1	Yöunen pituus (h)	f %	Todellinen alaraja	Todellinen yläraja	Kuvaajassa käytettävä raja	sf%
2					0,5	0
3	1-3	6,7	0,5	3,5	3,5	=F2+B3
4	4-6	26,7	3,5	6,5	6,5	
5	7-9	53,3	6,5	9,5	9,5	
6	10-12	13,3	9,5	12,5	12,5	

	A	B	C	D	E	F
1	Yöunen pituus (h)	f %	Todellinen alaraja	Todellinen yläraja	Kuvaajassa käytettävä raja	sf%
2					0,5	0
3	1-3	6,7	0,5	3,5	3,5	6,7
4	4-6	26,7	3,5	6,5	6,5	33,4
5	7-9	53,3	6,5	9,5	9,5	86,7
6	10-12	13,3	9,5	12,5	12,5	100

Kertymäkuvaaja piirretään aloittaen ensimmäisen luokan alarajasta, jonka kohdalla suhteellisen summafrekvenssin arvo on 0. Tämän jälkeen käytetään luokkien ylärajoja, joiden kohdille merkitään suhteellisen summafrekvenssin arvo.

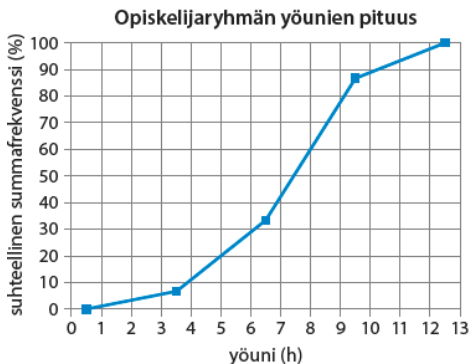
Piirretään kertymäkuvaaja **Ohjattu kaavion luonti** -toimintoa käyttäen.

- Maalaa solut E1–F6.
- Valitse **Lisää**-valikosta **Kaavio**
- Vaiheessa **1. Kaaviotyyppi** valitse kaaviotyyppiä **XY (hajonta)** ja **Pisteet ja viivat**.
- Vaiheessa **2. Tietoa** valitse **Arvosarjat sarakkeissa**, **Ensimmäinen rivi sisältää otsikoita** ja **Ensimmäinen sarake sisältää otsikoita**.
- Vaiheessa **3. Arvosarja** älä tee muutoksia.
- Vaiheessa **4. Kaavioelementit** syötä otsikoksi ”Opiskelijaryhmän yöunien pituus”, X-akselin otsikoksi ”yöuni (h)” ja Y-akselin otsikoksi ”suhteellinen summataajuuksien (%)”. Poista ruksi kohdasta **Näytä selite**. Valitse **Näytä ruudukot** -kohdasta **X-akseli** ja **Y-akseli**.
- Valitse **Valmis**.

Ohjelma piirtää kertymäkuvaajan, mutta sitä täytyy vielä muokata. Mitä tiheämpi asteikko on, sitä tarkemmin arvoja voidaan lukea.

Kertymäkuvaajassa pystyakselin asteikon tulee olla välillä 0–100.

- Aktivoi piirtoalue kaksoisnapauttamalla tilastokuvioita.
- Napauta hiiren oikealla painikkeella muokattavaa akselia ja valitse **Muotoile akseli**. Vaihda Y-akselin asteikko välille 0–100. Voit tihentää X-akselin asteikkoa.

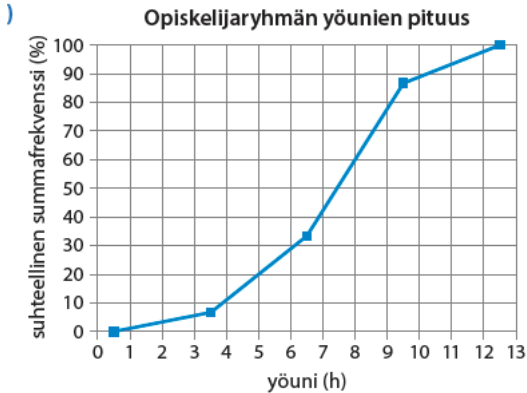


- b) Arvioidaan yöunen mediaani kertymäkuvaajasta. Kuvaaja ylittää 50 %:n rajan noin 7 tunnin kohdalla. Yöunen mediaani on 7 tuntia.

- c) Arvioidaan yöunen pituus, jota vähemmän nukkui 30 % opiskelijoista.
Kuvaaja ylittää 30 %:n rajan noin 6 tunnin kohdalla. Vähiten nukkuvat 30 % opiskelijoista nukkui enintään 6 tuntia.
- d) Arvioidaan yöunen pituus, jota enemmän nukkui 10 % opiskelijoista.
Kuvaaja ylittää 90 %:n rajan noin 10 tunnin kohdalla. Eniten nukkuvat 10 % opiskelijoista nukkui vähintään 10 tuntia.

Vastaus

a)



- b) 7 h
c) 6 h
d) 10 h

2.6

a) Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

Kirjoitetaan sarakkeiden otsikot ja jätetään otsikkorivin jälkeen yksi tyhjä rivi.

Kirjoitetaan sarakkeeseen A muuttujan luokat, sarakkeeseen B suhteelliset frekvenssit ja sarakkeisiin C ja D luokkien todelliset rajat.

Kirjoitetaan sarakkeeseen E riville 2 ensimmäisen luokan todellinen alaraja ja seuraavien solujen arvoiksi kunkin luokan todellinen yläraja.

Kirjoitetaan sarakkeeseen F riville 2 arvoksi 0 ja lasketaan seuraavien solujen arvoiksi suhteelliset summafrekvenssit.

	A	B	C	D	E	F
1	Pituus (cm)	f %	Todellinen alaraja	Todellinen yläraja	Kuvaajassa käytettävä raja	sf%
2					159,5	0
3	160-164	11	159,5	164,5	164,5	=F2+B3
4	165-169	26	164,5	169,5	169,5	
5	170-174	29	169,5	174,5	174,5	
6	175-179	27	174,5	179,5	179,5	
7	180-184	7	179,5	184,5	184,5	

	A	B	C	D	E	F
1	Pituus (cm)	f %	Todellinen alaraja	Todellinen yläraja	Kuvaajassa käytettävä raja	sf%
2					159,5	0
3	160-164	11	159,5	164,5	164,5	11
4	165-169	26	164,5	169,5	169,5	37
5	170-174	29	169,5	174,5	174,5	66
6	175-179	27	174,5	179,5	179,5	93
7	180-184	7	179,5	184,5	184,5	100

Kertymäkuvaaja piirretään aloittaen ensimmäisen luokan alarajasta, jonka kohdalla suhteellisen summafrekvenssin arvo on 0. Tämän jälkeen käytetään luokkien ylärajoja, joiden kohdille merkitään suhteellisen summafrekvenssin arvo.

Piirretään kertymäkuvaaja **Ohjattu kaavion luonti** -toimintoa käyttäen.

- Maalaa solut E1–F7.

- Valitse **Lisää**-valikosta **Kaavio**

- Vaiheessa **1. Kaaviotyyppi** valitse kaaviotyyppiä **XY (hajonta)** ja

Pisteet ja viivat.

- Vaiheessa **2. Tietoa** valitse **Arvosarjat sarakkeissa**,

Ensimmäinen rivi sisältää otsikoita ja Ensimmäinen sarake sisältää otsikoita.

- Vaiheessa **3. Arvosarja** älä tee muutoksia.

- Vaiheessa **4. Kaavioelementit** syötä otsikoksi ”Opiskelijaryhmän pituusjakauma”, X-akselin otsikoksi ”pituus (cm)” ja Y-akselin otsikoksi ”suhteellinen summafrekvenssi (%)”. Poista ruksi kohdasta

Näytä selite. Valitse **Näytä ruudukot** -kohdasta **X-akseli** ja **Y-akseli**.

- Valitse **Valmis**.

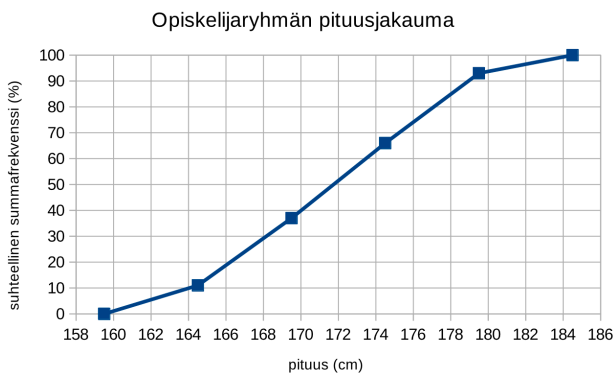
Ohjelma piirtää kertymäkuvaajan, mutta sitä täytyy vielä muokata. Mitä tiheämpi asteikko on, sitä tarkemmin arvoja voidaan lukea.

Kertymäkuvaajassa pystyakselin asteikon tulee olla välillä 0–100.

- Aktivoi piirtoalue kaksoisnapauttamalla tilastokuvioita.

- Napauta hiiren oikealla painikkeella muokattavaa akselia ja valitse

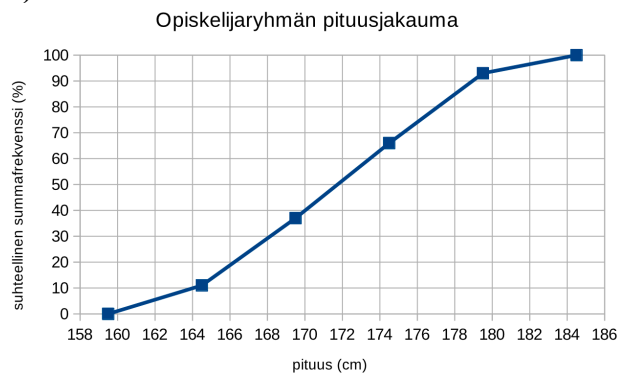
Muotoile akseli. Vaihda Y-akselin asteikko välille 0–100. Voit tihentää X-akselin asteikkoa.



b) Arvioidaan opiskelijoiden mediaanipituus. Kuvaaja ylittää 50 %:n rajan noin 172 cm:n kohdalla. Mediaanipituus on 172 cm.

Vastaus

a)



b) 172 cm

2.7

Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

- a) Kirjoitetaan sarakkeeseen A arvosanat ja sarakkeeseen B frekvenssit. Lasketaan soluun C2 arvosanan L summafrekvenssi ja kopioidaan kaavaa sarakkeessa C alaspäin.

	A	B	C
1	Arvosana	f	sf
2	L	287	=B2
3	E	1372	=C2+B3
4	M	2280	
5	C	3433	
6	B	3007	
7	A	1583	
8	I	645	

Lasketaan soluun B9 frekvenssien summa. Lasketaan soluun D2 arvosanan L suhteellinen summafrekvenssi ja kopioidaan kaavaa sarakkeessa D alaspäin.

	A	B	C	D
1	Arvosana	f	sf	sf%
2	L	287	287	=C2/\$B\$9*100
3	E	1372	1659	
4	M	2280	3939	
5	C	3433	7372	
6	B	3007	10379	
7	A	1583	11962	
8	I	645	12607	
9	Yhteensä	12607		

Ilmaistaan suhteelliset summafrekvenssit prosentin kymmenesosan tarkkuudella.

	A	B	C	D
1	Arvosana	f	sf	sf%
2	L	287	287	2,3
3	E	1372	1659	13,2
4	M	2280	3939	31,2
5	C	3433	7372	58,5
6	B	3007	10379	82,3
7	A	1583	11962	94,9
8	I	645	12607	100,0
9	Yhteensä	12607		

b) Suhteellinen summafrekvenssi ylittää 50 % arvosanan C kohdalla, joten mediaaniarvosana on C.

c) Kokelaista 31,2 % sai vähintään arvosanan M.

Vastaus

a)

Arvosana	sf	sf %
L	287	2,3
E	1659	13,2
M	3939	31,2
C	7372	58,5
B	10 379	82,3
A	11 962	94,9
I	12 607	100

b) C

c) 31,2 %

2.8

- a) Ikä vaihtuu syntymäpäivänä, joten luokassa 0–6 olevat ihmiset ovat täyttäneet 0 vuotta, mutta eivät 7 vuotta. Tällöin luokan 0–6 todellinen alaraja on 0 vuotta ja todellinen yläraja 7 vuotta.

Luokan luokkakeskus on $\frac{0+7}{2} = 3,5$ vuotta.

- b) Ratkaistaan tehtävä GeoGebran taulukkolaskennalla.

Kirjoitetaan sarakkeeseen A luokat ja sarakkeisiin B ja C luokkien todelliset rajat. Lasketaan sarakkeeseen D luokkakeskukset. Kirjoitetaan sarakkeeseen E luokkien suhteelliset frekvenssit.

	A	B	C	D	E
1	Ikä (vuotta)	Todellinen alaraja	Todellinen yläraja	Luokkakeskus	f%
2	0-6	0	7	3.5	6.3
3	7-12	7	13	10	6.1
4	13-15	13	16	14.5	2.9
5	16-18	16	19	17.5	3.2
6	19-24	19	25	22	8.9
7	25-39	25	40	32.5	21.3
8	40-64	40	65	52.5	29.2
9	65-74	65	75	70	12.5
10	75-99	75	100	87.5	9.6
11				Yhteensä	100

Määritetään arvio Kuopion väestön keski-ialle ja iän keskihajonnalle sarakkeissa D ja E olevien luokkakeskusten ja frekvenssien perusteella.

n	100
Keskiarvo	43.1715
σ	24.0702
s	24.1914
Σx	4317.15
Σx^2	244315.125
Min	3.5
Q1	22
Mediaani	52.5
Q3	52.5
Max	87.5

Arvio keski-ialle on 43 vuotta ja iän keskihajonnalle 24 vuotta.

Vastaus

- a) todelliset rajat 0 ja 7, luokkakeskus 3,5
b) keski-ikä 43 vuotta, keskihajonta 24 vuotta

2.9

- a) Lyhin aika on 2 tuntia ja pisin 25 tuntia. Valitaan luokiksi esimerkiksi tasalevyiset luokat 1–5, 6–10, 11–15, 16–20 ja 21–25.

Lasketaan, kuinka monta havaintoa kussakin luokassa on.

Aika (h)	f
1–5	3
6–10	7
11–15	12
16–20	6
21–25	2
Yhteensä	30

- b) Ratkaistaan tehtävä GeoGebran taulukkolaskennalla.

Kirjoitetaan sarakkeeseen A luokat ja sarakkeisiin B ja C luokkien todelliset rajat. Lasketaan sarakkeeseen D luokkakeskukset. Kirjoitetaan sarakkeeseen E luokkien frekvenssit.

	A	B	C	D	E
1	Aika (h)	Todellinen alaraja	Todellinen yläaraja	Luokkakeskus	f
2	1–5	0.5	5.5	3	3
3	6–10	5.5	10.5	8	7
4	11–15	10.5	15.5	13	12
5	16–20	15.5	20.5	18	6
6	21–25	20.5	25.5	23	2
7				Yhteensä	30

Ajat on pyöristetty yhden tunnin tarkkuuteen. Tällöin esimerkiksi luokan 1–5 todellinen alaraja on 0,5 h ja todellinen yläaraja 5,5 h. Luokkakeskus on luokan todellisten rajojen keskiarvo. Esimerkiksi luokan 1–5 luokkakeskus saadaan kaavalla $\text{”}=(B2+C2)/2\text{”}$. Kopioidaan kaavaa sarakkeessa D alaspäin.

Luokan 11–15 frekvenssi on suurin. Siis moodiluokka on 11–15 h.

Määritetään muut tilastolliset tunnusluvut sarakkeissa D ja E olevien luokkakeskusten ja frekvenssien perusteella.

n	30
Keskiarvo	12.5
σ	5.2202
s	5.3094
Σx	375
Σx^2	5505
Min	3
Q1	8
Mediaani	13
Q3	18
Max	23

Arvio ajan keskiarvolle on 12,5 h ja keskihajonnalle 5,3 h.

Vastaus

a)

Aika (h)	f
1–5	3
6–10	7
11–15	12
16–20	6
21–25	2
Yhteensä	30

b) moodiluokka 11–15 h, keskiarvo 12,5 h, keskihajonta 5,3 h

2.10

Ikä (vuotta)	f
20–29	3
30–39	9
40–49	13
50–59	9
60–69	2
Yhteensä	36

Ratkaistaan tehtävä GeoGebran taulukkolaskennalla.

- a) Kirjoitetaan sarakkeeseen A luokat ja sarakkeisiin B ja C luokkien todelliset rajat. Lasketaan sarakkeeseen D luokkakeskukset.

	A	B	C	D
1	Ikä (vuotta)	Todellinen alaraja	Todellinen yläraja	Luokkakeskus
2	20-29	20	30	25
3	30-39	30	40	35
4	40-49	40	50	45
5	50-59	50	60	55
6	60-69	60	70	65

Ikä vaihtuu syntymäpäivänä, joten esimerkiksi luokassa 20–29 olevat ihmiset ovat täyttäneet 20 vuotta, mutta eivät 30 vuotta. Tällöin esimerkiksi luokan 20–29 todellinen alaraja on 20 vuotta ja todellinen yläraja 30 vuotta. Luokkakeskus on luokan todellisten rajojen keskiarvo. Esimerkiksi luokan 20–29 luokkakeskus saadaan kaavalla $\text{”}=(B2+C2)/2\text{”}$. Kopioidaan kaavaa sarakkeessa D alaspäin.

- b) Kirjoitetaan sarakkeeseen E luokkien frekvenssit.

	A	B	C	D	E
1	Ikä (vuotta)	Todellinen alaraja	Todellinen yläraja	Luokkakeskus	f
2	20-29	20	30	25	3
3	30-39	30	40	35	9
4	40-49	40	50	45	13
5	50-59	50	60	55	9
6	60-69	60	70	65	2
7				Yhteensä	36

Määritetään arvio opettajien keski-ikäle sarakkeissa D ja E olevien luokkakeskusten ja frekvenssien perusteella.

n	36
Keskiarvo	44.4444
σ	10.259
s	10.4045
Σx	1600
Σx^2	74900
Min	25
Q1	35
Mediaani	45
Q3	55
Max	65

Arvio opettajien keski-ikäle on 44 vuotta.

Vastaus

a)

Ikä (vuotta)	Tod. alaraja	Tod. yläraja	Luokka- keskus
20–29	20	30	25
30–39	30	40	35
40–49	40	50	45
50–59	50	60	55
60–69	60	70	65

b) 44 vuotta

2.11

Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

- a) Kirjoitetaan sarakkeeseen A muuttujan luokat ja sarakkeeseen B frekvenssit. Lasketaan soluun C2 luokan 1–5 suhteellinen frekvenssi, ja kopioidaan kaavaa sarakkeessa C alaspäin.

	A	B	C
1	Aika (h)	f	f%
2	1-5	3	=B2/\$B\$7*100
3	6-10	7	
4	11-15	12	
5	16-20	6	
6	21-25	2	
7	Yhteensä	30	

Ilmaistaan suhteelliset frekvenssit prosentin tarkkuudella. Lasketaan lopuksi suhteellisten frekvenssien summa soluun C7.

	A	B	C
1	Aika (h)	f	f%
2	1-5	3	10
3	6-10	7	23
4	11-15	12	40
5	16-20	6	20
6	21-25	2	7
7	Yhteensä	30	100

- b) Piirretään histogrammi **Ohjattu kaavion luonti** -toimintoa käyttäen seuraavan ohjeistuksen mukaisesti:
- Maalaa solut A1-C6.
 - Valitse **Lisää**-valikosta **Kaavio**.
 - Vaiheessa **1. Kaaviotyyppi** valitse kaaviotyyppi **Pylväs**.

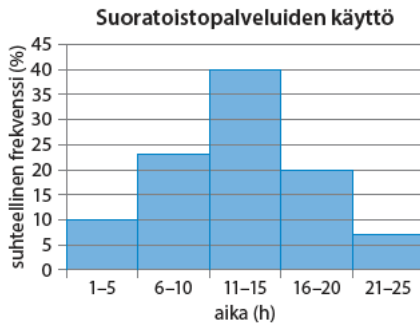
- Vaiheessa **2. Tietoalue** valitse **Arvosarjat sarakkeissa**, **Ensimmäinen rivi sisältää otsikoita** ja **Ensimmäinen sarake sisältää otsikoita**.
- Vaiheessa **3. Arvosarja** poista arvosarja f.
- Vaiheessa **4. Kaavioelementit** syötä kaavion otsikoksi ”Suoratoistopalveluiden käyttö”, X-akselin otsikoksi ”aika (h)” ja Y-akselin otsikoksi ”suhteellinen frekvenssi (%)”. Poista ruksi kohdasta **Näytä selite**.
- Valitse **Valmis**.

Ohjelma piirtää pylväskuvion, jota pitää vielä muokata.

- Aktivoi piirtoalue kaksoisnapauttamalla diagrammia.
- Napauta hiiren oikealla näppäimellä jotakin pylvästä ja valitse

Muotoile arvosarja.

- Muuta **Asetukset**-välilehdeltä **Objektivälin (Spacing)** (tai **Välin**) arvoksi 0 %.
- Valitse OK.



2.12

a) Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

Kirjoitetaan sarakkeiden otsikot ja jätetään otsikkorivin jälkeen yksi tyhjä rivi.

Kirjoitetaan sarakkeeseen A muuttujan luokat, sarakkeeseen B suhteelliset frekvenssit ja sarakkeisiin C ja D luokkien todelliset rajat.

Kirjoitetaan sarakkeeseen E riville 2 ensimmäisen luokan todellinen alaraja ja seuraavien solujen arvoiksi kunkin luokan todellinen yläraja.

Kirjoitetaan sarakkeeseen F riville 2 arvoksi 0 ja lasketaan seuraavien solujen arvoiksi suhteelliset summafrekvenssit.

	A	B	C	D	E	F
1	Aika (h)	f %	Todellinen alaraja	Todellinen yläraja	Kuvaajassa käytettävä raja	sf%
2					0,5	0
3	1-5	10	0,5	5,5	5,5	=F2+B3
4	6-10	23,3	5,5	10,5	10,5	
5	11-15	40	10,5	15,5	15,5	
6	16-20	20	15,5	20,5	20,5	
7	21-25	6,7	20,5	25,5	25,5	

	A	B	C	D	E	F
1	Aika (h)	f %	Todellinen alaraja	Todellinen yläraja	Kuvaajassa käytettävä raja	sf%
2					0,5	0
3	1-5	10	0,5	5,5	5,5	10
4	6-10	23,3	5,5	10,5	10,5	33,3
5	11-15	40	10,5	15,5	15,5	73,3
6	16-20	20	15,5	20,5	20,5	93,3
7	21-25	6,7	20,5	25,5	25,5	100

Kertymäkuvaaja piirretään aloittaen ensimmäisen luokan alarajasta, jonka kohdalla suhteellisen summafrekvenssin arvo on 0. Tämän jälkeen käytetään luokkien ylärajoja, joiden kohdille merkitään suhteellisen summafrekvenssin arvo.

Piirretään kertymäkuvaaja **Ohjattu kaavion luonti** -toimintoa käyttäen.

- Maalaa solut E1–F7.

- Valitse **Lisää**-valikosta **Kaavio**

- Vaiheessa **1. Kaaviotyyppi** valitse kaaviotyyppiä **XY (hajonta)** ja

Pisteet ja viivat.

- Vaiheessa **2. Tietoa** valitse **Arvosarjat sarakkeissa**,

Ensimmäinen rivi sisältää otsikoita ja Ensimmäinen sarake sisältää otsikoita.

- Vaiheessa **3. Arvosarja** älä tee muutoksia.

- Vaiheessa **4. Kaavioelementit** syötä otsikoksi ”Suoratoistopalveluiden käyttö”, X-akselin otsikoksi ”aika (h)” ja Y-akselin otsikoksi

”suhteellinen summataajuuksien (%)”. Poista ruksi kohdasta **Näytä selite**. Valitse **Näytä ruudukot** -kohdasta **X-akseli** ja **Y-akseli**.

- Valitse **Valmis**.

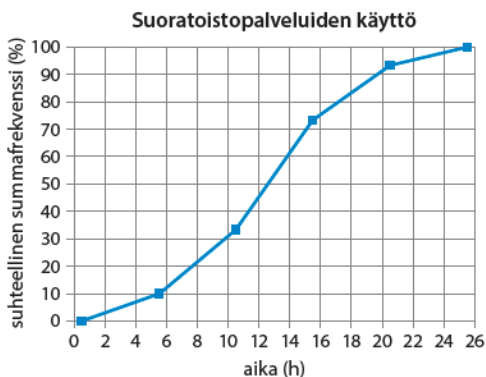
Ohjelma piirtää kertymäkuvaajan, mutta sitä täytyy vielä muokata. Mitä tiheämpi asteikko on, sitä tarkemmin arvoja voidaan lukea.

Kertymäkuvaajassa pystyakselin asteikon tulee olla välillä 0–100.

- Aktivoi piirtoalue kaksoisnapauttamalla tilastokuvioita.

- Napauta hiiren oikealla painikkeella muokattavaa akselia ja valitse

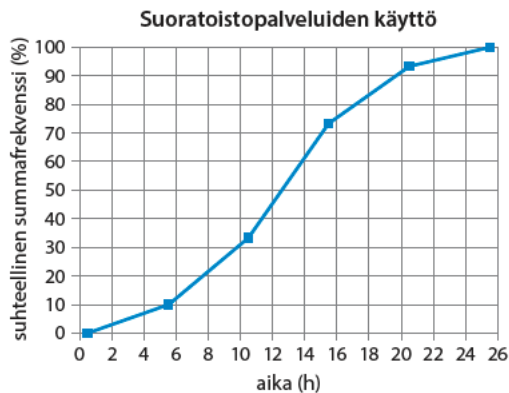
Muotoile akseli. Vaihda Y-akselin asteikko välille 0–100. Voit tihentää X-akselin asteikkoa.



- b) Arvioidaan käytetyn ajan mediaani kertymäkuvaajasta. Kuvaaja ylittää 50 %:n rajan noin 13 tunnin kohdalla. Käytetyn ajan mediaani on 13 tuntia.
- c) Arvioidaan aika, jota vähemmän suoratoistopalveluita käytti 30 % opiskelijoista. Kuvaaja ylittää 30 %:n rajan noin 10 tunnin kohdalla. Vähiten suoratoistopalveluita käyttävät 30 % käyttivät suoratoistopalveluita enintään 10 tuntia.
- d) Arvioidaan aika, jota enemmän suoratoistopalveluita käytti 30 % opiskelijoista. Kuvaaja ylittää 70 %:n rajan noin 15 tunnin kohdalla. Eniten suoratoistopalveluita käyttävät 30 % käyttivät suoratoistopalveluita vähintään 15 tuntia.

Vastaus

a)



- b) 13 h
c) 10 h
d) 15 h

2.13

Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

- a) Kirjoitetaan sarakkeeseen A muuttujan luokat ja sarakkeeseen B frekvenssit. Lasketaan soluun C2 luokan 20–29 suhteellinen frekvenssi, ja kopioidaan kaavaa sarakkeessa C alaspäin.

	A	B	C
1	Ikä (vuotta)	f	f%
2	20-29	3	=B2/\$B\$7*100
3	30-39	9	
4	40-49	13	
5	50-59	9	
6	60-69	2	
7	Yhteensä	36	

Ilmaistaan suhteelliset frekvenssit prosentin tarkkuudella. Lasketaan lopuksi suhteellisten frekvenssien summa soluun C7.

	A	B	C
1	Ikä (vuotta)	f	f%
2	20-29	3	8,3
3	30-39	9	25,0
4	40-49	13	36,1
5	50-59	9	25,0
6	60-69	2	5,6
7	Yhteensä	36	100

- b) Kirjoitetaan sarakkeiden otsikot ja jätetään otsikkorivin jälkeen yksi tyhjä rivi.

Kirjoitetaan sarakkeeseen A muuttujan luokat, sarakkeeseen B suhteelliset frekvenssit ja sarakkeisiin C ja D luokkien todelliset rajat.

Kirjoitetaan sarakkeeseen E riville 2 ensimmäisen luokan todellinen alaraja ja seuraavien solujen arvoiksi kunkin luokan todellinen yläaraja.

Kirjoitetaan sarakkeeseen F riville 2 arvoksi 0 ja lasketaan seuraavien solujen arvoiksi suhteelliset summafrekvenssit.

	A	B	C	D	E	F
1	Ikä (vuotta)	f%	Todellinen alaraja	Todellinen yläraja	Kuvaajassa käytettävä raja	sf%
2					20	0
3	20-29	8,3	20	30	30	=F2+B3
4	30-39	25,0	30	40	40	
5	40-49	36,1	40	50	50	
6	50-59	25,0	50	60	60	
7	60-69	5,6	60	70	70	

	A	B	C	D	E	F
1	Ikä (vuotta)	f%	Todellinen alaraja	Todellinen yläraja	Kuvaajassa käytettävä raja	sf%
2					20	0
3	20-29	8,3	20	30	30	8,3
4	30-39	25,0	30	40	40	33,3
5	40-49	36,1	40	50	50	69,4
6	50-59	25,0	50	60	60	94,4
7	60-69	5,6	60	70	70	100

Ikä vaihtuu syntymäpäivänä, joten esimerkiksi luokassa 20–29 olevat ihmiset ovat täyttäneet 20 vuotta, mutta eivät 30 vuotta. Tällöin esimerkiksi luokan 20–29 todellinen alaraja on 20 vuotta ja todellinen yläraja 30 vuotta

Kertymäkuvaaja piirretään aloittaen ensimmäisen luokan alarajasta, jonka kohdalla suhteellisen summafrekvenssin arvo on 0. Tämän jälkeen käytetään luokkien ylärajoja, joiden kohdille merkitään suhteellisen summafrekvenssin arvo.

Piirretään kertymäkuvaaja **Ohjattu kaavion luonti** -toimintoa käyttäen.

- Maalaa solut E1–F7.
- Valitse **Lisää**-valikosta **Kaavio**
- Vaiheessa **1. Kaaviotyyppi** valitse kaaviotyyppi **XY (hajonta)** ja **Pisteet ja viivat**.
- Vaiheessa **2. Tietoaalue** valitse **Arvosarjat sarakkeissa**, **Ensimmäinen rivi sisältää otsikoita** ja **Ensimmäinen sarake sisältää otsikoita**.
- Vaiheessa **3. Arvosarja** älä tee muutoksia.
- Vaiheessa **4. Kaavioelementit** syötä otsikoksi ”Opiskelijaryhmän pituusjakauma”, X-akselin otsikoksi ”pituus (cm)” ja Y-akselin

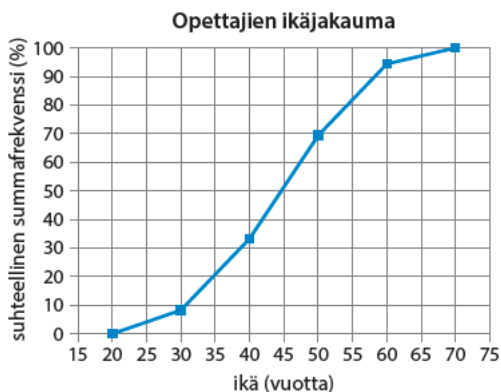
otsikoksi ”suhteellinen summafrekvenssi (%)”. Poista ruksi kohdasta **Näytä selite**. Valitse **Näytä ruudukot** -kohdasta **X-akseli** ja **Y-akseli**.

- Valitse Valmis.

Ohjelma piirtää kertymäkuvaajan, mutta sitä täytyy vielä muokata. Mitä tiheämpi asteikko on, sitä tarkemmin arvoja voidaan lukea.

Kertymäkuvaajassa pystyakselin asteikon tulee olla välillä 0–100.

- Aktivoi piirtoalue kaksoisnapauttamalla tilastokuviota.
- Napauta hiiren oikealla painikkeella muokattavaa akselia ja valitse **Muotoile akseli**. Vaihda Y-akselin asteikko välille 0–100. Voit tihentää X-akselin asteikkoa.



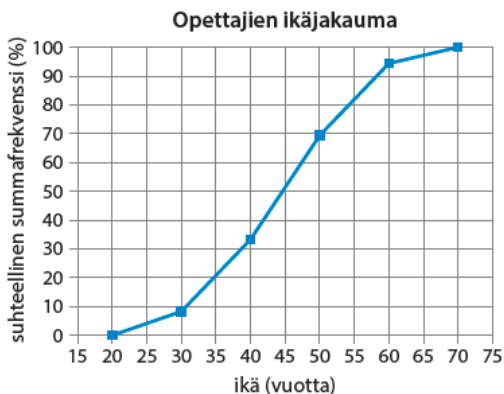
- c) Arvioidaan opettajien mediaani-ikä. Kuvaaja ylittää 50 %:n rajan noin 45 vuoden kohdalla. Mediaani-ikä on 45 vuotta.

Vastaus

a)

ikä (vuotta)	f %
20–29	8,3
30–39	25,0
40–49	36,1
50–59	25,0
60–69	5,6
Yhteensä	100

b)



c) 45 vuotta

2.14

Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

- a) Kirjoitetaan sarakkeeseen A arvosanat ja sarakkeeseen B frekvenssit. Lasketaan soluun C2 arvosanan L summafrekvenssi ja kopioidaan kaavaa sarakkeessa C alaspäin.

	A	B	C
1	Arvosana	f	sf
2	L	387	=B2
3	E	573	=C2+B3
4	M	706	
5	C	894	
6	B	651	
7	A	439	
8	I	124	

Lasketaan soluun B9 frekvenssien summa. Lasketaan soluun D2 arvosanan L suhteellinen summafrekvenssi ja kopioidaan kaavaa sarakkeessa D alaspäin.

	A	B	C	D
1	Arvosana	f	sf	sf%
2	L	387	387	=C2/\$B\$9*100
3	E	573	960	
4	M	706	1666	
5	C	894	2560	
6	B	651	3211	
7	A	439	3650	
8	I	124	3774	
9	Yhteensä	3774		

Ilmaistaan suhteelliset summafrekvenssit prosentin kymmenesosan tarkkuudella.

	A	B	C	D
1	Arvosana	f	sf	sf%
2	L	387	387	10,3
3	E	573	960	25,4
4	M	706	1666	44,1
5	C	894	2560	67,8
6	B	651	3211	85,1
7	A	439	3650	96,7
8	I	124	3774	100,0
9	Yhteensä	3774		

b) Suhteellinen summafrekvenssi ylittää 50 % arvosanan C kohdalla, joten mediaaniarvosana on C.

c) Vähintään arvosanan C sai 67,8 % kokelaista. Arvosanan L sai 10,3 % kokelaista.

Siispä vähintään arvosanan C, mutta enintään arvosanan E sai

$67,8 \% - 10,3 \% = 57,5 \%$ kokelaista.

Vastaus

a)

Arvosana	sf	sf%
L	387	10,3
E	960	25,4
M	1666	44,1
C	2560	67,8
B	3211	85,1
A	3650	96,7
I	3774	100,0

b) C

c) 57,5 %

2.15

- a) Koko histogrammin pinta-ala on yhteensä 100 ruutua. Laskemalla kuviosta luokan ruutujen määrä saadaan myös suoraan luokan suhteellinen frekvenssi.

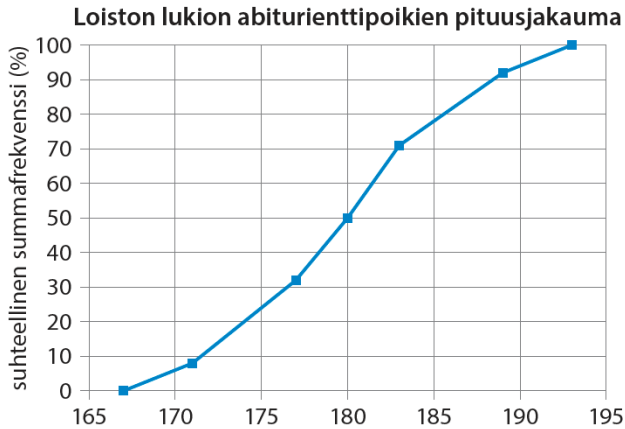
Pituus (cm)	f %
167–170	8
171–176	24
177–179	18
180–182	21
183–188	21
189–193	8
Yhteensä	100

Luokkien suhteelliset frekvenssit ovat 8 %, 24 %, 18 %, 21 %, 21 % ja 8 %.

- b) Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla. Syötetään sarakkeeseen A muuttujan luokat, sarakkeeseen B suhteelliset frekvenssit ja sarakkeeseen C todelliset luokkarajat. Lasketaan sarakkeeseen D suhteelliset summafrekvenssit.

	A	B	C	D
1	Pituus	f %	Todellinen yläraja	sf %
2	–166	0	166,5	0
3	167–170	8	170,5	8
4	171–176	24	176,5	32
5	177–179	18	179,5	50
6	180–182	21	182,5	71
7	183–188	21	188,5	92
8	189–193	8	193,5	100

Piirretään kertymäkuvaaja **Ohjattu kuvaajan luonti** -toimintoa käyttäen.



c) Arvioidaan pituusjakauman mediaani ja kvartiilit kertymäkuvaajasta.

Kuvaaja ylittää 50 %:n rajan noin pituuden 180 cm kohdalla.
Pituusjakauman mediaani on 180 cm.

Kuvaaja ylittää 25 %:n rajan noin pituuden 175 cm kohdalla.
Pituusjakauman alakvartiili on 175 cm.

Kuvaaja ylittää 75 %:n rajan noin pituuden 184 cm kohdalla.
Pituusjakauman yläkvartiili on noin 184 cm.

Vastaus

a) 8 %, 24 %, 18 %, 21 %, 21 %, 8 %

c) mediaani 180 cm, alakvartiili 175 cm, yläkvartiili 184 cm

2.16

Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

1. Lasketaan pesien lukumäärän summa.

	A	B
46	Viirolahti	1148
47	Vöyri 1	300
48	Vöyri 2	45
49	Yhteensä	=SUMMA(B2:B48)

	A	B
46	Viirolahti	1148
47	Vöyri 1	300
48	Vöyri 2	45
49	Yhteensä	25685

Merimetson pesiä oli olemassa 25 685 kappaletta.

2. Selvitetään pesien pienin ja suurin arvo.

	A	B
47	Vöyri 1	300
48	Vöyri 2	45
49	Yhteensä	25685
50	Pienin arvo	=MIN(B2:B48)
51	Suurin arvo	=MAKS(B2:B48)

	A	B
47	Vöyri 1	300
48	Vöyri 2	45
49	Yhteensä	25685
50	Pienin arvo	7
51	Suurin arvo	2080

Etsitään Etsi-toiminnolla yhdyskunta, jossa on 7 pesää ja yhdyskunta, jossa on 2080 pesää.

	A	B
9	Hanko	467
10	Helsinki	7
11	li	40
12	Kirkkonummi 1	1793

	A	B
35	Raasepori 5	75
36	Rauma	2080
37	Sauvo 1	127
38	Sauvo 2	40

Pienin yhdyskunta oli Helsinki (7 pesää) ja suurin Rauma (2080 pesää).

Selvitetään samaan yhdyskuntaan kuuluvien pesien keskiarvo ja keskihajonta.

	A	B	C	D
47	Vöyri 1	300		
48	Vöyri 2	45		
49	Yhteensä	25685		
50	Pienin arvo	7		
51	Suurin arvo	2080		
52	Keskiarvo	=KESKIARVO(B2:B48)		
53	Keskihajonta	=KESKIHAJONTA.S(B2:B48)		
54				

	A	B
47	Vöyri 1	300
48	Vöyri 2	45
49	Yhteensä	25685
50	Pienin arvo	7
51	Suurin arvo	2080
52	Keskiarvo	546,49
53	Keskihajonta	576,45

Keskiarvo oli 546 pesää ja keskihajonta 576 pesää.

3. Etsitään Kokkolan pesien lukumäärä.

	A	B
13	Kirkkonummi 2	875
14	Kokkola	600
15	Kristiinankaupunki 1	870
16	Kristiinankaupunki 2	30

Kokkolassa on pesiä 600 kappaletta.

Keskiarvo 546 on luokkaraja. Kokkola kuuluu luokkaan, jonka alaraja on 546 ja yläraja alle $546 + 576 = 1122$. Luokka on siis 546–1121.

Huomaa, että käytettäessä keskiarvolle ja keskihajonnalle tarkempia arvoja, luokan yläraja olisi alle 1123.

4. Määritellään luokitellun aineiston suhteelliset frekvenssit.

Valitaan luokiksi 0–545, 546–1121, 1122–1697 ja 1698–2273.

Kirjoitetaan luokat ja niiden ylärajat laskentataulukkoon.

D	E
Yhdyskunnan koko (pesää)	Yläraja
0–545	545
546–1121	1121
1122–1697	1697
1698–2273	2273

Lasketaan luokkien frekvenssit **Ohjattu funktion luonti** -toimintoa käyttäen.

- Valitse solu F2, johon tulee luokan 0–545 havaintoarvojen frekvenssit.
- Valitse **Lisää**-valikosta **Funktio** ja etsi listasta **TAAJUUS**-funktio.
- Valitse **Seuraava**.
- Syötä **Tiedot**-syöttökenttään alue, jossa pesien lukumäärät ovat: B2:B48.
- Syötä **Luokat**-syöttökenttään alue, jossa luokkien ylärajat ovat: E2:E5.
- Valitse: **OK**.

D	E	F
Yhdyskunnan koko (pesää)	Yläraja	f
0–545	545	30
546–1121	1121	9
1122–1697	1697	4
1698–2273	2273	4
		0

Lasketaan frekvenssien summa soluun F7. Lasketaan suhteelliset frekvenssit sarakkeeseen G.

D	E	F	G
Yhdyskunnan koko (pesää)	Yläraja	f	f%
0-545	545	30	63,8
546-1121	1121	9	19,1
1122-1697	1697	4	8,5
1698-2273	2273	4	8,5
		0	
	Yhteensä	47	

Pieniä yhdyskuntia on selvästi eniten, keskikokoisia yhdyskuntia on jonkin verran ja suuria on selvästi vähiten.

Vastaus

1. 25 685
2. pienin Helsinki, suurin Rauma, keskiarvo 546, keskihajonta 576
3. 546–1121
4. Pieniä yhdyskuntia selvästi eniten, keskikokoisia yhdyskuntia jonkin verran, suuria selvästi vähiten.